

干涉 SAR 的二维相位展开算法研究*

唐 健 王贞松

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

摘 要 该文讨论了干涉合成孔径雷达(INSAR)的二维相位展开算法。先简要给出了 INSAR 相位差图(干涉相位图)误差的统计特性,并说明了该误差可以近似为高斯型噪声。然后介绍了利用 FFT 的最小二乘的二维相位展开算法(简称 LS-FFT),实验表明 LS-FFT 算法对高斯白噪声具有很好的抗干扰性(Robustness)。最后,提出了 LS-FFT 算法的并行处理想法,计算机模拟结果也证实了该想法的正确。

关键词 干涉合成孔径雷达, 二维相位展开, 高斯型噪声, 最小二乘, 镜象对称, 并行处理

1 引 言

干涉合成孔径雷达(Interferometric Synthetic Aperture Radar, 简称 INSAR)系统是利用雷达回波信号的相位信息来精确提取目标的高度值(以下只讨论双天线单轨道的情况)。INSAR 技术是一种迅速发展起来的新技术,它有着非常广泛的应用前景。在国外,该项技术已经进入了实用的阶段。如美国的 TOPSAR、德国的 E-SAR 和 Do-SAR 等机载 INSAR, 欧空局的 ERS-1、美国 NASA 的 SIR-C 和德国与意大利合作的 X-SAR 的星载 INSAR 等。由于从 INSAR 干涉相位图上得到的干涉相位值是实际相位差值的“卷叠(wrapped)”。要想获得实际相位差值,必须进行二维相位展开。因此,二维相位展开算法是利用 INSAR 获取高精度的目标高度信息的关键技术之一,即“展开(unwrapped)”的相位(差)值的准确与否;直接关系到提取出的目标高度信息的正确性和精确性。20 多年来国外许多人提出不少二维相位展开的算法。如经典二维相位展开算法——路径积分法^[1]。这个算法的缺点是,在相位不连续点较多且比较密集时,无法进行正常的相位展开,导致最终的地形高层图上存在着死区。另一种为卡尔曼滤波相位展开算法^[2]。这个算法的一个难点是卡尔曼滤波器传递函数的参数设计,要想选择能获得令人满意的相位展开效果的滤波器参数,需要大量的实验时间和较大的计算量。一般地说,一种算法在某些情况下能比其它算法更有效一些。

该文主要讨论利用 FFT 的最小二乘的二维相位展开算法(least-square 2-D phase unwrapping using FFT, 简称 LS-FFT)^[3]。我们将看到,LS-FFT 比其他的方法更加简单高效,也更易实现,而且所要求的内存大小也易满足,值得深入研究。

2 INSAR 的相位卷叠

INSAR 系统需要安装两组天线,并要求它们在垂直于飞行轨道的方向上相距一段距离(基线)。当飞机飞行时,这两组天线同时各自对同一被测地区成像,从而得到该被测地区的两幅 SAR 复数图象数据(包括幅度信息和相位信息)。经过两图象配准后,可用其中的一幅 SAR 复数图象与另外一幅图

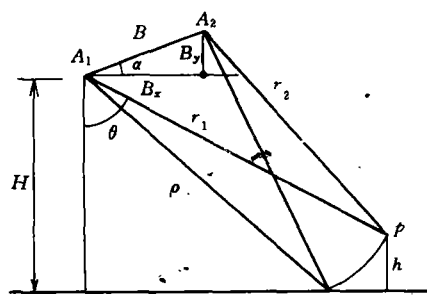


图1 双天线单轨道 INSAR 的几何关系图
(垂直于飞行轨道方向)

Fig.1 Geometry of single-pass dual-antenna interferometric SAR (cross-track)

*国家自然科学基金资助项目, 国家高技术863-308资助项目。

收稿日期: 1996年12月4日; 收到修改稿日期: 1997年3月17日

象的对应象素点共轭相乘,产生出各个象素点的干涉相位差。于是就能算出各个象素点的回波路程差。而一旦知道了回波路程差,就可利用两幅天线和地面目标之间的立体几何关系(图1),推导出被测地面的各点地形高度(即数字地形图 DEM)。

由 INSAR 的原理^[4-6],参看图1的几何关系,有

$$\begin{cases} \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta \\ = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(B_x \sin\theta - B_y \cos\theta) \\ \sin(\theta - \alpha) = \frac{B^2 + r_1^2 - r_2^2}{2Br_1} \\ h = H - r_1 \cos\theta \end{cases} \quad (1)$$

其中, λ 为雷达辐射波长, φ 为真实的干涉相位值, δ 为天线 A_1 和 A_2 至地面目标 P 的斜距差 ($\delta = r_2 - r_1$), $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$ 为基线, α 为基线与水平方向的夹角, θ 为天线 A_1 的偏天地角, H 为飞机(或卫星)的飞行高度, h 为地面目标 P 的高度。由于 λ 、 B 、 α 和 H 都是已知的, r_1 和 r_2 可由 INSAR 的近地点斜距和系统的内部数字化采样时钟计算得到^[7]。但是,真实的干涉相位值 φ 却不能简单地直接由干涉相位图的相位值 φ_i 给出。由(1)式可知,经过干涉合成处理后的相位差图象(干涉相位图),仅仅是相对的相位差图象,即是“卷叠”的相位差图象。它的相位值 φ_i 均在 $-\pi$ 至 π 之间,不能代表地面目标至两天线之间的真实斜距差信息;它丢失了相位的 2π 整数倍 n 。因此,不能直接利用所得的相位值 φ_i 来反演地面目标的高程 h ,还必须找回其丢失的 2π 整数倍 n ,才能利用真正反映地面目标至两天线之间的斜距差信息的相位差 ($\varphi_i + n \cdot 2\pi$),反演出地面上目标的真实高度。所以,就必须对 INSAR 二维相位差图象的各相位值进行“展开(unwrapping)”处理。由此可见,二维相位展开算法是 INSAR 干涉处理的最重要的算法之一。

3 INSAR 干涉图中的相位误差的统计特性

为了研究从 INSAR 干涉图求得的相位值的精度,就要了解干涉图相位误差的概率密度函数。通常,在雷达复数图象上,分布式目标的幅值是符合瑞利分布的随机变量;而相位是 $-\pi$ 到 π 之间均匀分布的随机变量(线性检波)。为了下面讨论方便,可

假设由 INSAR 两个天线得到的两幅复数图象分别表示为:

$$\begin{cases} V_1 = u_1 \exp\{j\varphi_1\} \\ V_2 = u_2 \exp\{j\varphi_2\} \end{cases}, \text{其中 } V_1 \text{ 和 } V_2 \text{ 为随机变量。}$$

通过烦琐的数学推导^[8],可知 INSAR 干涉图的相位误差 $\Delta\varphi$ 的概率密度函数为:

$$f(\Delta\varphi) = \frac{(1-P^2)}{2\pi} \cdot \left[\frac{\pi\rho}{2} + \sqrt{1-\rho^2} + \rho \cdot \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right] \cdot (1-\rho^2)^{-3/2} \quad (2)$$

其中, $\rho = P \cos(\Delta\varphi) = P \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \beta)$, $P = \frac{\langle u_1 u_2^* \rangle}{\sqrt{\langle u_1 u_1^* \rangle \langle u_2 u_2^* \rangle}}$ 为两复数图象的相关系数。 β 为真实的干涉相位差。 $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ 为单视图的干涉相位差(但实际上,从干涉图中求得的相位差为 $\varphi_i = \varphi \pm n \cdot 2\pi$, 而 $\varphi_i \in [-\pi, \pi)$)。可见,干涉图的相位误差的概率密度函数与两图象的相关系数有关。下面主要讨论 $\Delta\varphi$ 的一阶和二阶统计特性:

$$E\{\Delta\varphi\} = \int_{-\pi}^{\pi} (\Delta\varphi) f(\Delta\varphi) d(\Delta\varphi) = 0 \quad (3)$$

$$\operatorname{Var}\{\Delta\varphi\} = \int_{-\pi}^{\pi} (\Delta\varphi)^2 f(\Delta\varphi) d(\Delta\varphi) = \sigma_{\Delta\varphi}^2 \quad (4)$$

由于 $\operatorname{Var}\{\Delta\varphi\}$ 没有解析解,只能求得其数值计算解。图2为 INSAR 相位误差的概率密度函数 $f(\Delta\varphi)$ 与两干涉复数图象相关系数 P 的关系曲线。图3为 INSAR 相位误差的均方差值 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 与两干涉复数图象相关系数 P 的关系曲线。由此可见,当相关系数 P 变小时,相位误差的概率密度趋于均匀分布, $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 与 P 近似成线性递减。当相关系数 P 变大时,相位误差的概率密度趋于 δ 函数;在 P 近似等于 1 时, $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 趋于 0。这说明,两图象间的相关性越大,所求得的干涉相位误差就越小;而图象间的相关性越小,

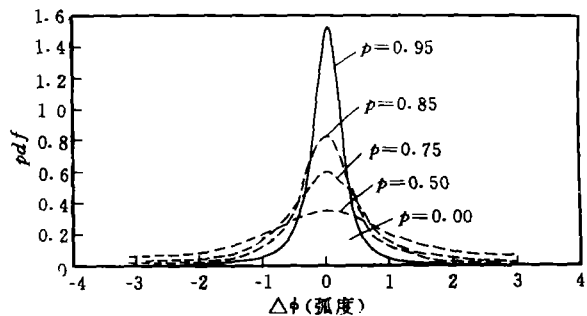


图2 相位误差的 pdf 与相关系数的关系

Fig.2 Phase noise pdf vs. image correlation coefficient P

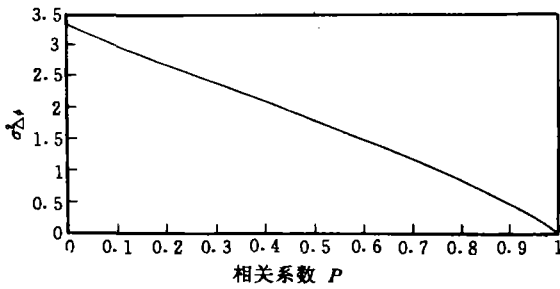


图 3 相位误差的均方差与相关系数的关系

Fig.3 Phase noise variances $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ vs. image correlation coefficients P

所求得的干涉相位误差就越大。

有了上述关系曲线，现在就可以做下述合理假设：当两图象的相关系数比较大时，可以认为干涉相位的误差服从高斯分布（由于要获得精度较高的地形高度信息，就必须采用相关性较大的两幅复数 SAR 图形成干涉图象，故上述的假设是合理的）。

4 二维相位展开算法

4.1 LS-FFT二维相位展开算法的简介

研究表明，在数学上，INSAR 二维相位展开问题的最小二乘 (Least-square) 解等同于在矩形网格 (Grid) 上满足 Neumann 边界条件的 Poisson 方程的解^[3]。如果利用快速离散傅氏变换或离散余弦变换求解 Poisson 方程，则计算简单，而且对计算机内存大小的要求也能满足。特别是，这种求解过程在数值计算上是稳定的 (Stable) 和抗干扰的 (Robust)。它还能自动添加适当的边界条件，精确地求解 Poisson 方程。而且，该处理过程还能在两维上进行分离，因而具有计算的高效性。下面我们只讨论基于 FFT 的最小二乘的二维相位展开算法。其准则是使得“卷叠”相位函数的离散偏微分方程和展开后解函数的差达到极小值。但在做 FFT 变换前，需将相位函数扩展为周期函数。

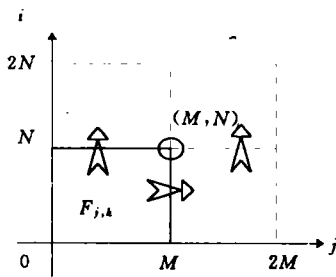


图 4 镜象对称操作的示意图

Fig.4 Diagram of mirror reflection

我们所采用的周期扩展办法是镜象对称法 (图 4)。正是由于这种镜象对称的操作，使得基于 FFT 的方法不需要边界条件，因而它比基于余弦变换的算法^[9]更加简单高效，也更易实现，还只需四分之一的内存量 (与文献 [10] 相比)。而在理论上，该算法等效于基于余弦变换的算法。

4.2 LS-FFT 二维相位展开算法的理论推导

现假设，待求的未知实值函数 $\varphi_{j,k}$ 是定义在矩形网格点阵上的，即 $0 \leq j \leq M, 0 \leq k \leq N$ 。相应的“卷叠”相位函数为 $\psi_{j,k}$ 。显然，“卷叠”相位函数 $\psi_{j,k}$ 的函数值分布在区间 $[-\pi, \pi)$ 内，且满足关系 $e^{j\psi_{j,k}} = e^{j\varphi_{j,k}}$ 。在二维平面内 (如图 4)，可关于 $j = M$ 和 $k = N$ 执行镜象对称操作 (Mirror reflection)，将 $\psi_{j,k}$ 扩展为周期函数 $\tilde{\psi}_{j,k}$ ，以便执行 FFT 变换。镜象对称的操作为：

$$\tilde{\psi}_{j,k} = \begin{cases} \psi_{j,k} & (0 \leq j \leq M, 0 \leq k \leq N) \\ \psi_{2M-j,k} & (M < j < 2M, 0 \leq k \leq N) \\ \psi_{j,2N-k} & (0 \leq j \leq M, N < k < 2N) \\ \psi_{2M-j,2N-k} & (M < j < 2M, N < k < 2N) \end{cases} \quad (5)$$

下面推导 $\varphi_{j,k}$ 的最小二乘的估计值。该方法与文献 [9] 的最关键区别是“卷叠”相位函数 $\psi_{j,k}$ 在平面的所有整数点都有定义，因而也就不需要指定边界条件。定义行差值 $\Delta_{j,k}^x$ 和列差值 $\Delta_{j,k}^y$ 为：

$$\begin{cases} \Delta_{j,k}^x = \tilde{\psi}_{j+1,k} - \tilde{\psi}_{j,k} \quad \forall j, k \in Z \\ \Delta_{j,k}^y = \tilde{\psi}_{j,k+1} - \tilde{\psi}_{j,k} \end{cases} \quad (6)$$

它们分别代表着行向和列向的离散偏微分操作。但要在该偏微分操作的结果上添加或减去 2π ，以便保证其值在 $[-\pi, \pi)$ 范围之内。现在的问题就是去寻找一个周期函数 $\tilde{\varphi}_{j,k}$ ，使得上述偏微分与解函数的偏微分值的差平方和达到极小值。其中，待求的函数 $\varphi_{j,k}$ 是周期函数 $\tilde{\varphi}_{j,k}$ 的一部分；实际上， $\tilde{\varphi}_{j,k}$ 是 $\varphi_{j,k}$ 的镜象对称函数。以 $\tilde{\varphi}_{j,k}$ 为自变量；对式 (7)

$$\begin{aligned} U(\tilde{\varphi}_{j,k}) = & \sum_{i,k} (\tilde{\varphi}_{j+1,k} - \tilde{\varphi}_{j,k} - \tilde{\Delta}_{j,k}^x)^2 \\ & + \sum_{i,k} (\tilde{\varphi}_{j,k+1} - \tilde{\varphi}_{j,k} - \tilde{\Delta}_{j,k}^y)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

求偏微分，并将其偏微分值置为 0。于是，得到 Poisson 方程的离散线性方程：

$$(\tilde{\varphi}_{j+1,k} - 2\tilde{\varphi}_{j,k} + \tilde{\varphi}_{j-1,k}) + (\tilde{\varphi}_{j,k+1} - 2\tilde{\varphi}_{j,k} + \tilde{\varphi}_{j,k-1}) = \rho_{j,k} \quad (8)$$

$$\rho_{j,k} = \Delta_{j,k}^x - \Delta_{j-1,k}^x + \Delta_{j,k}^y - \Delta_{j,k-1}^y \quad (9)$$

由于 $\tilde{\varphi}_{j,k}$ 为周期函数，故函数 $\rho_{j,k}$ 也是周期函数。因

而可以在 $0 \leq j < 2M, 0 \leq k < 2N$ 的网格上, 对(8)式的两端同时做 FFT 变换。即得等式:

$$\varphi_{m,n} = \frac{P_{m,n}}{\{2\cos(\pi m / M) + 2\cos(\pi n / N) - 4\}} \quad (10)$$

其中, $\varphi_{m,n}, P_{m,n}$ 分别是 $\tilde{\varphi}_{j,k}$ 和 $\rho_{j,k}$ 的 FFT 变换(由于 $\varphi_{0,0}$ 没有定义, 可令其为 0)。再对(10)式两端作逆 FFT, 所得的解即为 $\varphi_{j,k}$ 的最小二乘估计值 ($0 \leq j \leq M, 0 \leq k \leq N$)。

4.3 LS-FFT二维相位展开的具体实现步骤

该算法只需要 $(M+1) \times (N+1)$ 大小的数组, 而不是 $2M \times 2N$ 。实现步骤如下:

(1) 计算由(9)式定义的 $\rho_{j,k}$ 的值 ($0 \leq j \leq M, 0 \leq k \leq N$)。

(2) 按如下方式计算 $\rho_{j,k}$ 的二维 FFT。对数组 $\rho_{j,k}$ 的每一行, 定义 $2N$ 点矢量 f_k 为该行数据的镜像对称, 即 $f_k = \rho_{j,k}, 0 \leq k \leq N, f_k = \rho_{j,2N-k}, N < k < 2N$ 。由于 f_k 为实的偶函数(即 $f_k = f_{2N-k}$), 故它的 FFT 也是实的偶函数。再计算出 f_k 的 FFT 变换 F_k , 并将数组 $\rho_{j,k}$ 的第 j 行用 $F_n (0 \leq n \leq N)$ 来代替。如此反复处理完所有行。

(3) 然后再对每列的数据执行类似于步骤(2)的操作。

(4) 将变换后的数组 $\rho_{j,k}$ 的值 $P_{m,n}$ 用(10)式的 $\varphi_{m,n}$ 代替。

(5) 按步骤(2)和(3)的方法计算数组 $\varphi_{m,n}$ 的逆 FFT 变换。所得的结果即为解函数 $\varphi_{j,k}$ 的最小二乘估计值 ($0 \leq j \leq M, 0 \leq k \leq N$)。

步骤(2)和(3)的二维 FFT 计算实际上是二维的快速余弦变换, 只是边界条件不同。该算法的边界条件为:

$$\begin{cases} \Delta_{-1,k}^x = -\Delta_{0,k}^x, \Delta_{M,k}^x = -\Delta_{M-1,k}^x \\ \Delta_{j,-1}^y = -\Delta_{j,0}^y, \Delta_{j,N}^y = -\Delta_{j,N-1}^y \end{cases} \quad (11)$$

而在文献 [9] 中, 它们被定义为 0。

5 高斯白噪声对 LS-FFT 算法性能的影响

我们讨论过 INSAR 相位误差的概率密度函数, 知道可以假设干涉相位的误差为高斯型噪声。有了上述的合理假设, 就可以研究高斯型噪声对

LS-FFT 二维相位展开算法性能的影响。实验的具体步骤如下:

(1) 用计算机模拟产生出标准的三维锥体; (2) 利用机载 INSAR 系统的参数, 计算出 INSAR 的“卷叠”相位差图(没有噪声的); (3) 在“卷叠”相位差图上叠加大小不同的高斯型噪声, 其中 $\sigma_{\Delta\varphi}$ 分别为 $\pi/5, \pi/10$ 和 $\pi/20$; (4) 采用 LS-FFT 算法对被噪声污染的“卷叠”相位差图进行二维相位展开处理; (5) 利用机载 INSAR 系统的参数, 从展开后的相位差图反演出最终的三维锥体; (6) 将反演出的三维锥体与标准的三维锥体做比较, 计算出它们间的均方差值 (σ_n^2)。

实验结果如图版 I 图 5—10。其中, 图版 I 图 5 为计算机模拟的标准三维锥体。图版 I 图 6 为图版 I 图 5 的干涉相位差图。图版 I 图 7 为相位误差的标准差为 $\pi/5$ 时所展开得到的三维锥体, 重建的均方差是 1.371。图版 I 图 8 为相位误差的标准差为 $\pi/10$ 时所展开得到的三维锥体, 重建的均方差是 0.710。图版 I 图 9 为相位误差的标准差为 $\pi/20$ 时所得到的三维锥体, 重建的均方差是 0.386。从这些实验模拟图都能看出三维锥体的形状。只是随着噪声的变大, 重建的三维锥体所叠加的噪声也就相应变大。可见, LS-FFT 算法对高斯型噪声有极好的抗噪性能。(上述所得到的重建误差还可以减小。)

INSAR 相位误差的均方差值 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 与两干涉复图象相关系数 P 有关。当相关系数 P 逐渐变小时, 相位误差的 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 也近似线性递减; 在 P 近似等于 1 时, $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 趋于 0。可见, 要想得到精度高的干涉相位图, 就需要相关性大的两幅干涉复数图象(对于双天线单轨道的机载 INSAR 系统而言, 是能找到满足相关性条件的两幅 SAR 复数图的)。而两幅 SAR 复数图间的相关性会受很多因素的影响, 如热噪声、相干斑噪声、天线去相关和干涉信号处理过程中的畸变等。其中, 热噪声和相干斑噪声等的影响大, 为了提高两幅干涉复数图象间的相关性, 通常采用复数多视处理技术来对这些噪声进行平均处理。而多视处理的必然结果是引起图象空间分辨率的降低, 即以牺牲图象的空间分辨率来降低噪声对相位测定精度的影响。既然可以认为这些噪声总效果近似为高斯型噪声, 于是就可以在损失很少的空间分辨率情况下, 利用小波分析的办法, 对 INSAR 干涉图的单视图象进行降噪处理, 从而达到减小这些噪声对最终求得的地形高层图精度的影响¹⁾。

1) 唐 健, 王贞松. 利用小波分析来抑制合成孔径雷达图像的相干斑噪声, 电子科学学刊, 1997, (待刊).

6 LS-FFT算法并行处理的研究与讨论

INSAR 系统作为空中测绘系统, 具有全天候、远距离、大面积等的探测优点, 而且可对目标进行纵深监视。INSAR 在获得高分辨率的二维图象的同时, 还可获得高精度的三维信息, 这为科学研究和实际应用提供极其重要的参考资料。如何将 INSAR 的机上 (On-board) 和地面 (On-ground) 处理技术相互结合, 完成三维数字地形图 (DEM) 的实时立体显示, 是一个引人注目与实际遇到的问题。这项技术的关键是寻找一种适合于实时处理的二维相位展开算法。常用的、比较成熟的经典二相位展开算法是由美国 JPL 实验室的 Goldstein 和 Zebker 等人于 1988 年提出的, 直接从相位入手的基于路径积分的二维相位展开算法^[1]。但是这种算法并未完全成熟, 还有缺陷需改进。特别是该算法由于处理时间很长, 实现的步骤不适于并行处理, 也不适合实时处理。为此, 就需要寻找一种适合于实时处理的二维相位展开算法。

经研究、分析 LS-FFT 二维相位展开算法, 可知该算法能够实现并行处理, 可能达到实时处理的要求。这是由于“卷叠”相位函数 $\psi_{j,k}$ 在平面的所有 (整数) 点都有定义。如果再假设解为周期函数的条件下 (LS-FFT 算法的原理就保证了这个条件), 在求解 Poisson 方程时就可以不需要指定边界条件, 这就为相位展开的并行处理提供了可能。另外, 执行周期化操作时的镜象对称处理更加具有高效性, 而且只需四分之一的内存量 (与文献 [10] 相比), 这些有利条件为 LS-FFT 二维相位展开算法的实时处理又提供了可能性。为了验证该算法并行处理的可行性, 在实验中, 我们将原来整幅的 INSAR 相位差图象等分成 4 块 (为简单起见): 接着对它们分别进行 LS-FFT 二维相位展开处理 (在实际实现这个步骤时, 可以由并行处理的算法完成它); 然后由它们分别反演出三维地面高程图 (这里是三维锥体的一部分); 最后再将它们合并起来, 就能得到整幅的三维地面高程图 (应是整个三维锥体)。实验结果如图版 I 图 10 所示。从图中可知, 利用 LS-FFT 算法可以完成二维相位展开的并行处理。这种算法为三维数字地形图的实时三维立体显示提供了可能。

需要指出的是, 为了提高该并行处理算法的精度, 在反演三维地面高程图时, 可以多采用几个参考控制点 (如地面角反射器), 作为二维相位展开的参考基准。同时, 这些地面角反射器也可以提高两 SAR 复数图象的象素配准。

该算法还有很多的优点, 如对于相位噪声、数据不一致和其它失真情况能自动处理^[9]; 加上辅助数据, 加权后的最小二乘算法的性能更好, 尽管计算量会相应增大^[9]。

另外, 我们只讨论了高斯型噪声对 LS-FFT 二维相位展开算法性能的影响, 并没有提出如何来抑制或降低这些相位噪声, 从而提高 LS-FFT 二维相位展开算法的性能。还有, 如何估计由 LS-FFT 算法所展开的相位精度和准确性问题等, 都有待更深入地研究。

参 考 文 献

- [1] R. M. Goldstein, H. A. Zebker, C. L. Werner. Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping. *Radio Science*, 1988, 23(4): 713-720.
- [2] O. Lofsted, R. Kramer. Phase unwrapping for SAR Interferometry. IGARSS'94, 2282-2284.
- [3] M. D. Pritt, J. S. Shipman. Least-squares two-dimensional phase unwrapping using FFT's. *IEEE GRS*, 1994, 32(3).
- [4] H. A. Zebker, R. M. Goldstein. Topographic mapping from Interferometric Synthetic Aperture Radar observations. *J. of Geophysical Research*, 1986, 91(B5) 4993-4999.
- [5] S. N. Madsen *et al.* Topographic mapping using Radar Interferometry: processing techniques, *IEEE GRS*, 1993, 31(1): 246-255.
- [6] F. K. Li *et al.* Studies of Multibaseline Spaceborne Interferometric Synthetic Aperture Radars. *IEEE GRS*, 1990, 28(1):88-96.
- [7] E. Rodriguez, J. M. Martin. Theory and design of interferometric synthetic aperture radars. *IEE Proceedings - F*, 1992, 139(2): 147-159.
- [8] N. R. Goodman. Statistical analysis based on a certain multivariate complex gaussian distribution (An introduction). *Ann. Math. Statist.*, 1963, 134(1): 152.
- [9] D. Ghigna *et al.* Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods. *J. Opt. Soc. American A*, 1994, 11(1): 107-117.
- [10] H. Takajo *et al.* Noniterative method for obtaining the exact solution for the normal equation in least-squares phase estimation from the phase difference. *Journal Opt. Soc. American A*, 1988, 5(11): 1818-1827.

作者简介

唐 健,男,1970年1月出生。1993年7月在中国科学技术大学电子工程与信息科学系获学士学位,1996年7

月在中国科学院电子学研究所获硕士学位,专业为通信与电子系统。现在主要研究合成孔径雷达和干涉合成孔径雷达的数字信号处理,小波分析的应用,数字信号与图象处理等。已发表论文2篇。

Research on 2-D Phase Unwrapping Algorithm for Interferometric SAR

Tang Jian · Wang Zhensong

(*Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

Abstract This paper mainly focuses on the 2-D phase unwrapping algorithm for Interferometric Synthetic Aperture Radar (INSAR). The statistical property of error in the phase differences of INSAR (Interferogram) is firstly presented in brief, which shows this error could be assumed to be Gaussian noise. The algorithm of least-square 2-D phase unwrapping using FFT(LS-FFT) is then discussed, and it is proved to have a good property of robustness in Gaussian noise. Finally, the idea of parallel processing for LS-FFT is put forward, and is verified with the computer simulations.

Key words Interferometric synthetic aperture radar(INSAR), 2-D phase unwrapping, Gaussian noise, Least-square, Mirror reflection, Parallel processing

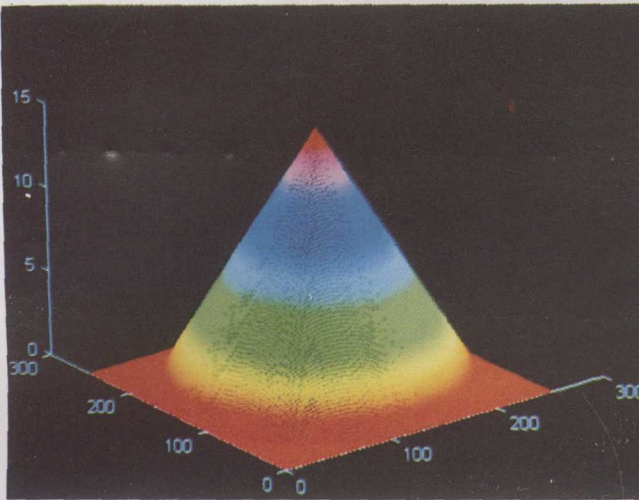


图5 计算机模拟的标准三维锥体的DEM图

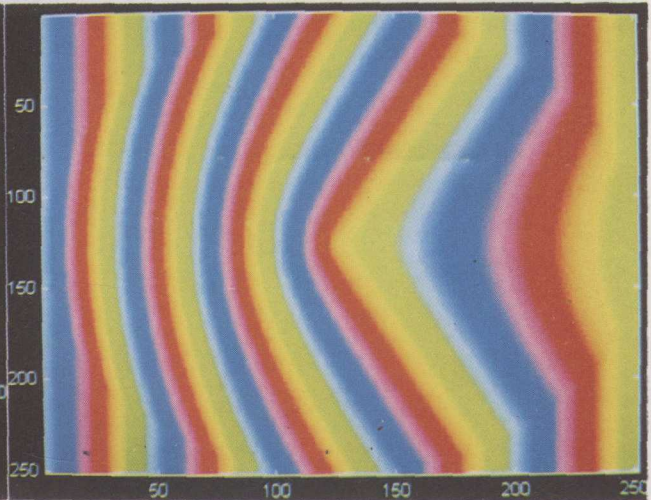


图6 图5中标准三维锥体所对应的干涉相位图

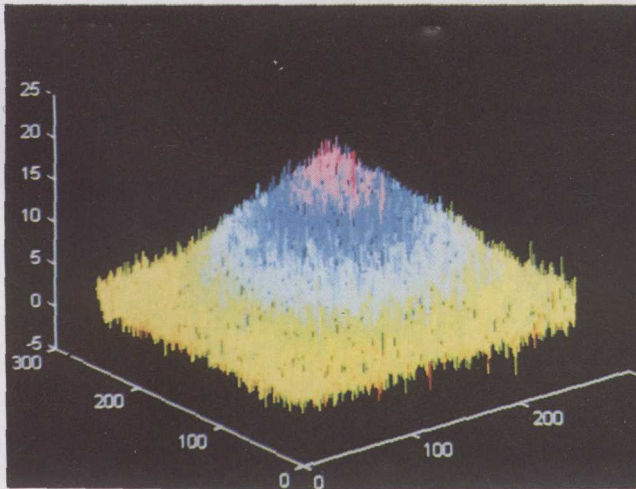


图7 重建的三维锥体的DEM图 ($\sigma = \pi/5, \sigma_n^2 = 1.371$)

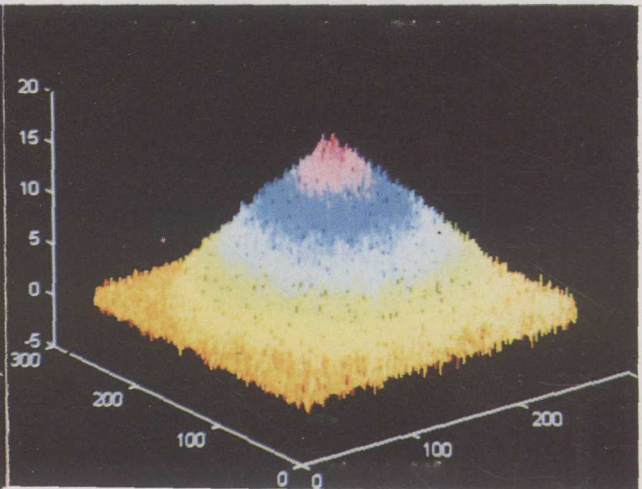


图8 重建的三维锥体的DEM图 ($\sigma = \pi/10, \sigma_n^2 = 0.71$)

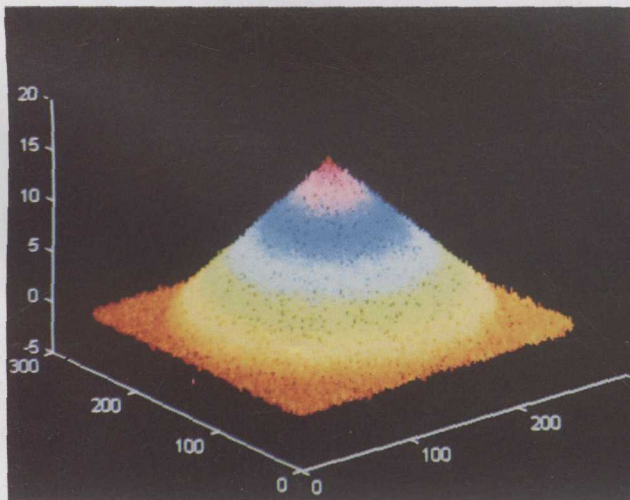


图9 重建的三维锥体的DEM图 ($\sigma = \pi/20, \sigma_n^2 = 0.386$)

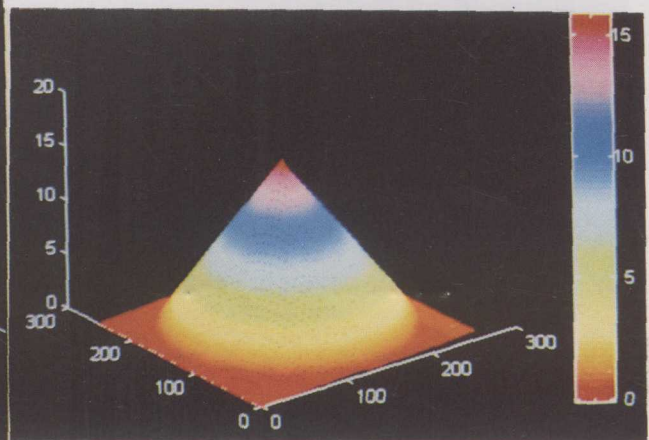


图10 由并行算法处理后, 所重建的三维锥体的DEM图